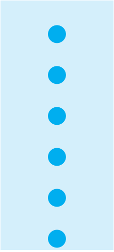
باب 3

اعداد سے کھیلنا

(Playing with Numbers)

3.1 تعارف (Introduction)

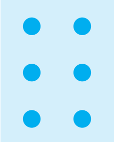
رمیش کے پاس 6 ماربل کنچے ہیں۔ وہ ان کو کچھ اس طرح قطاروں میں ترتیب دینا چاہتا ہے کہ ہر قطار میں برابر برابر کنچے ہوں۔ وہ ان کو درج ذیل طریقہ سے ترتیب دیتا ہے اور سبھی کنچوں کو ملاتا ہے۔



(i) ہر قطار میں ایک کنچے

قطاروں کی تعداد = 6

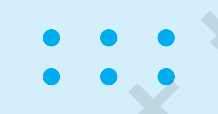
کنچوں کی کل تعداد = $1 \times 6 = 6$



(ii) ہر قطار میں دو کنچے

قطاروں کی تعداد = 3

کل کنچوں کی تعداد = $3 \times 2 = 6$



(iii) ہر قطار میں تین کنچے

قطاروں کی تعداد = 2

کل کنچوں کی تعداد = $2 \times 3 = 6$

(iv) وہ کسی ایسی ترتیب کے بارے میں نہیں سوچ سکتا جس میں ہر قطار میں 4 کنچے یا 5 کنچے ہوں اس لیے صرف ایک ہی ترتیب کے سبھی چھ کنچے ایک ہی قطار میں ہوں۔

قطاروں کی تعداد = 1

کنچوں کی کل تعداد = $6 \times 1 = 6$

© NCERT not to be republished

اس عمل سے رمیش نے محسوس کیا کہ 6 کو دو اعداد کی حاصل ضرب کی مختلف شکلوں میں لکھا جاسکتا ہے جیسے

$6 = 6 \times 1$; $6 = 3 \times 2$; $6 = 2 \times 3$; $6 = 1 \times 6$

$2 \times 3 = 6$ سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ 2 اور 3 دونوں سے 6 پورا پورا تقسیم ہوتا ہے یعنی 2 اور 3 پوری طرح 6 کو تقسیم کرتے ہیں اور وہ قطعی قاسم ہیں۔ دوسرے حاصل ضرب $1 \times 6 = 6$ سے 6 اور 1، 6 کے قطعی قاسم ہیں۔

اس طرح 1، 2، 3 اور 6 عدد 6 کے اجزائے ضربی ہیں۔

18 کنچوں کو مختلف قطاروں میں ترتیب دیجیے اور 18 کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

3.2 اجزائے ضربی اور اضعاف (Factors and Multiples)

میری ایسے اعداد معلوم کرنا چاہتی ہے جو 4 کو پورا پورا تقسیم کریں۔ وہ 4 کو 4 سے چھوٹے سبھی اعداد سے اس طرح تقسیم کرتی ہے۔

1) 4 (4 −4 0	2) 4 (2 −4 0	3) 4 (1 −3 1	4) 4 (1 −4 0
خارج قسمت 4 ہے	خارج قسمت 2 ہے	خارج قسمت 1 ہے	خارج قسمت 1 ہے
باقی 0 ہے	باقی 0 ہے	باقی 1 ہے۔	باقی 0 ہے۔
$4 = 4 \times 1$	$4 = 2 \times 2$		$4 = 1 \times 4$

اس نے پایا کہ عدد 4 کو اس طرح بھی رکھا جاسکتا $4 = 1 \times 4; 4 = 2 \times 2; 4 = 4 \times 1$ اور وہ جانتی ہے کہ 1، 2 اور 4 عدد 4 کے قطعی قاسم ہیں۔

ان اعداد کو 4 کے اجزائے ضربی کہتے ہیں۔

ایک عدد کے اجزائے ضرب اس عدد کے قطعی قاسم ہوتے ھیں.

یاد رکھیے کہ 4 کے سبھی اجزائے ضربی 4 سے چھوٹے یا 4 کے برابر ہوتے ہیں۔

کھیل-1: اس کھیل میں دو کھلاڑی A اور B ہوتے ہیں اس کھیل میں اجزائے ضربی کی نشاندہی کرنی ہے۔ اس میں 1 سے 50 تک کی لکھی ہوئی گنتی کے 50 کارڈوں کی ضرورت ہوگی۔

کارڈوں کو ایک میز پر اس طرح ترتیب دیجیے:

© NCERT not to be republished

1	2	3	4	5	6	7	
8	9	10	11	12	13	14	
15	16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28	
29	30	31	32	33	34	35	
36	37	38	39	40	41	42	
43	44	45	46	47	48	49	50

مرحلے:

(a) یہ طے کیجیے کہ پہلے کون کھیلے گا A یا B

(b) مان لیجیے پہلے A کھیلتا ہے۔ وہ میز پر سے ایک کارڈ اٹھاتا ہے اور اس کو اپنے پاس رکھتا ہے۔ فرض کرو کارڈ پر عدد 28 لکھا ہے۔

(c) اب کھلاڑی B ان تمام کارڈوں کو اٹھائے گا جن پر A کے ذریعے اٹھائے گئے کارڈ پر لکھے عدد (یعنی 28) کے اجزائے ضربی لکھے ہوں گے اور پھر ان تمام کارڈوں کی ایک گڈی بنا کر اپنے پاس رکھ لے گا۔

(d) اس کے بعد کھلاڑی B میز پر سے ایک کارڈ اٹھائے گا اور اپنے پاس رکھے گا۔ تب A باقی بچے ان کارڈوں کو اٹھائے گا جن پر B کے ذریعے اٹھائے گئے کارڈ پر لکھے عدد کے اجزائے ضربی ہیں۔ پھر وہ ان کارڈوں کو پہلے اٹھائے گئے کارڈ پر ہی رکھ دے گا۔

(e) اس طرح یہ کھیل اس وقت تک جاری رہے گا جب تک تمام کارڈ استعمال میں نہ آجائیں۔

(f) A اپنے کارڈوں پر لکھے گئے اعداد کو جوڑے گا B بھی اپنے کارڈ کے ساتھ یہی کرے گا جس کھلاڑی کا حاصل جمع زیادہ ہوگا وہی جیتے گا۔

کارڈوں کی تعداد بڑھا کر اس کھیل کو اور زیادہ دلچسپ بنایا جاسکتا ہے اس کھیل کو اپنے دوستوں کے ساتھ کھیلیے۔ کیا آپ کھیل کو جیتنے کی کوئی ترکیب نکال سکتے ہیں؟

اضعاف
↑
$4 \times 5 = 20$
↓ ↓
جزو ضربی جزو ضربی

جب ہم عدد 20 کو اس طرح لکھیں گے۔ $5 \times 4 = 20$ تو ہم 4 اور 5 کو 20 کے اجزائے ضربی کہیں گے۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ 20، 4 اور 5 کا اضعاف ہے۔

$12 \times 2 = 24$ ظاہر کرتا ہے کہ 2 اور 12، 24 کے اجزائے ضربی ہیں۔ جب کہ 24، 2 اور 12 کا اضعاف ہے۔

© NCERT not to be republished

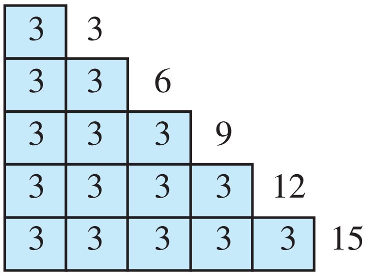
ہم کہہ سکتے ہیں کہ ایک عدد اپنے ہر اجزائے ضربی کا اضعاف ہوتا ہے۔

آیئے اب ذرا اجزائے ضربی اور اضعاف کی کچھ دلچسپ حقیقتوں کے بارے میں دیکھتے ہیں۔

> **کوشش کیجیے**
>
> 45، 30، 36 کے ممکنہ اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(a) 3 سم لمبائی والی لکڑی یا کاغذ کی بہت ساری پٹیاں جمع کیجیے۔

(b) ان پٹیوں کو کنارے سے کنارا ملاکر جوڑیے جس طرح نیچے تصویر میں دکھایا گیا ہے۔



سب سے اوپر والی پٹی کی لمبائی ہے۔ $3 \times 1 = 3$ اس کے نیچے والی پٹی کی لمبائی $3 + 3 = 6$ اکائی ہے۔اس کو $2 \times 3 = 6$ بھی کہہ سکتے ہیں۔ اس کی اگلی پٹی کی لمبائی $3 + 3 + 3 = 9$ اکائی اور $3 \times 3 = 9$ ہے اس طرح اگر ہم بڑھتے جائیں تو ہم دوسری لمبائیاں بھی ظاہر کرسکتے ہیں اسی طرح

$12 = 4 \times 3$; $15 = 5 \times 3$;

ہم کہہ سکتے ہیں کہ اعداد 3، 6، 9، 12، 15 عدد 3 کے اضعاف ہیں۔ عدد 3 کے اضعاف کی فہرست آگے بھی بڑھ سکتی ہے جیسے ...18, 21, 24

ان میں سے ہر اضعاف 3 سے بڑا ہے یا 3 کے برابر ہے۔

عدد 4 کے اضعاف ہیں۔...,4, 8, 12, 16, 20, 24

یہ فہرست کہیں ختم نہیں ہوگی۔ ان اعداد میں سے ہر عدد 4 کے برابر ہوگا یا بڑا ہوگا۔

آیئے اب ہم دیکھیں کہ اجزائے ضربی اور اضعاف کے بارے میں ہم کیا سمجھ رکھتے ہیں۔

1۔ کیا کوئی ایسا عدد ہے جو ہر عدد کا جزو ضربی ہو؟ جی ہاں 1 ایسا عدد ہے۔ مثال کے طور پر $6 = 1 \times 6$ اور $18 = 1 \times 18$ اور اس طرح آگے بھی۔ اس کو کچھ اور اعداد کے لیے چیک کیجیے۔

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ **1 ہر عدد کا جزو ضربی ہوتا ہے۔**

2۔ کیا 7 اپنے آپ کا جزو ضربی ہوسکتا ہے؟ جی ہاں آپ لکھ سکتے ہیں۔ $7 = 7 \times 1$۔ 10، 15 اور 15 کے بارے میں کیا خیال ہے؟

آپ دیکھیں گے کہ ہر عدد کو اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ ہر عدد خود اپنا جزو ضربی ہوتا ہے۔

3۔ 16 کے اجزائے ضربی کیا ہیں؟ یہ 1, 2, 4, 8, 16 ہیں۔ ان اجزائے ضربی میں سے کیا کوئی عدد ایسا ہے جو 16 کو تقسیم نہ کرتا ہو۔ اس کو 20 اور 36 کے لیے کرکے دیکھیے۔

© NCERT not to be republished

آپ دیکھیں گے کہ عدد کا ہر ایک جزو ضربی اس عدد کو پورا پورا تقسیم کرتا ہے۔

4۔ 34 کے اجزائے ضربی کیا ہیں؟ یہ ہیں 1،2،17اور 34 خود ہیں۔ ان اعداد میں سب سے بڑا جزو ضربی کون سا ہے؟ 34اپنے آپ خود سب سے بڑا ہے۔

دوسرے اجزائے ضربی 1،2اور 17 سب 34 سے چھوٹے ہیں اس کو 64،81اور 56 کے لیے کر کے دیکھیں۔

ہم کہتے ہیں کہ ہر جزو ضربی یا تو دیے گئے عدد سے چھوٹا ہوتا ہے یا برابر ہوتا ہے۔

5۔ عدد 76 کے 5 اجزائے ضربی ہیں۔136 یا 96 کے کتنے اجزائے ضربی ہوں گے؟ آپ دیکھیں گے کہ آپ ان میں سے ہر عدد کے اجزائے ضربی کی تعداد کو گن سکتے ہیں۔ اگر 10576 یا 25642 وغیرہ جیسے بڑے اعداد ہوں۔ یا ان سے بھی زیادہ بڑے اعداد ہوں تو بھی آپ ان اعداد کے اجزائے ضربی گن سکتے ہیں۔ (حالانکہ ایسے اعداد کے اجزائے ضربی نکالنا مشکل ہوسکتا ہے)۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ دیے ہوئے کس عدد کے اجزائے ضربی محدود ہیں؟۔

6۔ عدد 7 کے اضعاف کیا ہیں؟ ظاہر ہے یہ 7،14، 21، 28 ہیں۔ آپ دیکھیں گے کہ ان میں سے ہر ضعف 7 سے بڑا ہے یا 7 کے برابر ہے۔ کیا ہر عدد کے ساتھ ایسا ہی ہوگا۔ اعداد 6، 9، اور 10 کے اضعاف کے ساتھ اس کو چیک کریں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ ہر عدد کا ضعف اس سے بڑا ہے یا اس عدد کے برابر ہے۔

7۔ عدد 5 کے اضعاف لکھیے۔ یہ 5،10،15،20 ہیں۔ کیا آپ سوچتے ہیں کہ یہ فہرست کہیں ختم ہوگی؟ نہیں یہ نہ ختم ہونے والی فہرست ہے۔ اس کو 6اور 7 کے اضعاف کے لیے کریں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ کسی دیے ہوئے عدد کے لامحدود اضعاف ہوتے ہیں۔

8۔ کیا عدد 7اپنے آپ کا بھی ضعف ہے؟ ہاں کیونکہ $7 \times 1 = 7$ کیا یہ دوسرے اعداد کے لیے بھی درست ہے؟ اس کو 3، 12، اور 16 کے لیے چیک کریں۔

آپ دیکھتے ہیں کہ ہر عدد اپنا ضعف خود ہوتا ہے۔

عدد 6 کے اجزائے ضربی 1،2، 3اور 6 ہیں۔ اور $1+2+3+6=12=2\times6$ بھی۔ ہم نے دیکھا کہ 6 کے تمام اجزائے ضربی کا جوڑ عدد 6 کا دوگنا ہے۔ عدد 28 کے تمام اجزائے ضربی 1، 2، 4، 7، 14، اور 28 ہیں ان سب کو جوڑنے پر ہم کو حاصل ہوگا۔ $1+2+4+7+14+28=56=2\times28$ یعنی 28 کے تمام اجزائے ضربی کا جوڑ 28 کا دوگنا ہے۔

© NCERT not to be republished

ایسے اعداد جن کے اجزائے ضربی کا جوڑ اس عدد کے دو گنے کے برابر ہوں۔مکمل اعداد کھلاتے ھیں۔اعداد 6اور 28 مکمل اعداد ہیں۔کیا 10 مکمل عدد ہے؟

مثال نمبر 1: عدد 68 کے تمام اجزائے ضربی لکھیے۔

حل : ہم نے دیکھا کہ

$68 = 2 \times 34$	$68 = 1 \times 68$
$68 = 17 \times 4$	$68 = 4 \times 17$

کیونکہ 4اور 17 پہلے بھی آچکے ہیں۔

اس طرح 68 کے تمام اجزائے ضربی 1، 2، 4، 17، 34اور 68 ہیں۔

مثال نمبر 2: عدد 36 کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل: $36 = 1 \times 36$ $36 = 2 \times 18$ $36 = 3 \times 12$

$36 = 4 \times 9$ $36 = 6 \times 6$

کیونکہ دونو ں اجزائے ضربی (6)ایک سے ہیں۔اس لیے اجزائے ضربی 1، 2، 3، 4، 6، 9، 12، 18 اور 36 ہیں۔

مثال نمبر 3: 6 کے پہلے پانچ اضعاف لکھیے۔

حل: مطلوبہ اضعاف اس طرح ہیں۔ $6\times1= 6$, $6\times2 = 12$, $6\times3 = 18$, $6\times4 = 24$, $6\times5 = 30$

یعنی 6، 12، 18، 24اور 30

مشق 3.1

1۔ درج ذیل اعداد کے سبھی اجزائے ضربی لکھیے:

(a) 24	(b) 15	(c) 21
(d) 27	(e) 12	(f) 20
(g) 18	(h) 23	(i) 36

2۔ درج ذیل اعداد کے پہلے 5اضعاف لکھیے:

(a) 5	(b) 8	(c) 9

© NCERT not to be republished

3۔ کالم 1 اور کالم 2 میں صحیح جوڑے ملائیے:

کالم 1		کالم 2	
(i)	35	(a)	8 کے اضعاف
(ii)	15	(b)	7 کے اضعاف
(iii)	16	(c)	70 کے اضعاف
(iv)	20	(d)	30 کا جزوضربی
(v)	25	(e)	50 کا جزوضربی
		(f)	20 کا جزوضربی

4۔ 9 کے سبھی اضعاف کیجیے جو 100 سے کم ہوں۔

3.3 مفرد اور مرکب اعداد (Prime and Composite Numbers)

اب ہم ایک عدد کے اجزائے ضربی کے بارے میں جان چکے ہیں۔ درج ذیل جدول میں دیے گئے کچھ اعداد کے اجزائے ضربی کی تعداد کا مشاہدہ کیجیے۔

اعداد	اجزائے ضربی	اجزائے ضربی کی تعداد
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2
8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
10	1, 2, 5, 10	4
11	1, 11	2
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6

ہم دیکھتے ہیں کہ (a) عدد 1 کا صرف ایک ہی جزوضربی ہے (یعنی وہ عدد خود)

(b) کچھ ایسے اعداد بھی ہیں جن کے صرف دو اجزائے ضربی ہیں۔ 1 اور وہ عدد بذات خود۔ ایسے اعداد 2، 3، 5، 7، 11 وغیرہ ہیں۔ یہ اعداد مفرد اعداد ہیں۔

© NCERT not to be republished

وہ اعداد جن کے اجزائے ضربی 1اور وہ عددخود ہو مفرد کھلاتے ھیں۔

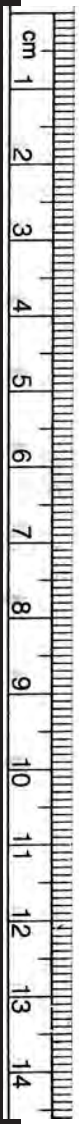
ان اعداد کے علاوہ کچھ اور مفرد اعداد معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔

(c) ایسے اعداد بھی ہیں جن کے دو سے زیادہ اجزائے ضربی ہوتے ہیں جیسے 4، 6، 8، 9،10وغیرہ۔ یہ مرکب اعداد ہیں۔

ایسے اعدا د جن کے دوسے زیادہ اجزائے ضربی ھوتے ھیں وہ مرکب اعداد کھلاتے ھیں۔

خیال رکھیں: 1نہ تو مفرد عدد ہے نہ ہی مرکب عدد

کیا 15ایک مرکب عدد ہے؟ کیوں؟ 18اور 25کے بارے میں کیا خیال ہے؟



ایک بہت ہی آسان طریقہ سے ہم ایک عدد کے اجزائے ضربی معلوم کیے بنا ہی 1 سے 100 کے درمیان کے سبھی مفرد اعداد معلوم کرسکتے ہیں۔

یہ طریقہ ایک یونانی ریاضی داں **ایراتوس تھینس** نے حضرت عیسیٰ علیہ السلام سے 300برس قبل بتایا تھا۔آیئے اس طریقہ کو دیکھیں۔ 1 سے لے کر 100 تک سبھی اعداد کی ایک فہرست تیار کیجیے جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے۔

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

مرحلہ 1: 1کو کاٹیے کیونکہ یہ ایک مفرد عدد نہیں ہے۔

مرحلہ 2: 2پر دائرہ بنایئے اور 2کے باقی تمام اضعاف جیسے 4، 6، 8،10وغیرہ کاٹ دیجیے۔

مرحلہ 3: اگلا بغیر کٹا عدد جوکہ 3 ہے۔3پر دائرہ بنایئے اور 3 کے باقی تمام اضعاف کاٹ دیجیے۔

مرحلہ 4: اگلا بغیر کٹا عدد جوکہ 5 ہے۔5پر دائرہ بنایئے اور 5 کے باقی تمام اضعاف کاٹ دیجیے۔

© NCERT not to be republished

کوشش کیجیے

مشاہدہ کیجیے کہ $7 = 1 + 3 \times 2$ ایک مفرد عدد ہے۔مفرد عدد حاصل کرنے کے لیے یہاں 2 کے اضعاف میں 1 کو جوڑ دیا گیا ہے۔کیا آپ اس طرح کے کچھ اور اعداد معلوم کرسکتے ہیں؟

مرحلہ 5: اس عمل کو ہم تب تک جاری رکھتے ہیں جب تک کہ فہرست کے تمام اعداد یا تو دائرہ میں آجائیں یا کٹ جائیں۔

دائرے والے تمام اعداد مفرد اعداد ہیں۔ 1 کے علاوہ تمام کٹے ہوئے اعداد مرکب اعداد ہیں۔

اس طریقہ کو سیو آف ایراتوس تھینس (Sieve of Eratosthenes) کہا جاتا ہے۔

مثال نمبر 4: 15 سے چھوٹے تمام مفرد اعداد لکھیے۔

حل: سیو طریقہ کے ذریعہ ہم بہ آسانی مطلوبہ مفرد اعداد لکھ سکتے ہیں۔ یہ ہیں۔ 2,3,5,7,11,13

جفت اور طاق اعداد (Even and Odd Numbers)

کیا آپ کو 2,4,6,8,10,12,14 میں کوئی خاص پیٹرن نظر آرہا ہے؟ آپ دیکھیں گے کہ ان میں سے ہر ایک 2 کا اضعاف ہے۔

یہ اعداد **جفت اعداد** کہلاتے ہیں۔ باقی بچے اعداد یعنی 1، 3، 5، 7، 9، 11 وغیرہ **طاق اعداد** کہلاتے ہیں۔

2 ہندسہ یا 3 ہندسہ اعداد کے لیے بھی آپ تصدیق کرسکتے ہیں کہ یہ جفت اعداد ہیں یا نہیں۔ آپ کو کیسے پتہ چلے گا کہ کوئی عدد جیسے 756482 جفت ہے یا نہیں؟ اس عدد کو 2 سے تقسیم کرکے پتہ چلے گا۔ مگر کیا یہ ایک بہت اکتا دینے والا عمل نہیں ہے؟

ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر ایک عدد میں اکائی کا ہندسہ 0, 2, 4, 6, 8 ہے تو وہ عدد **جفت عدد** ہوگا۔ اس لیے 350، 4862، 59246 وغیرہ جفت اعداد ہیں۔ اعداد 457، 2359، 8231 وغیرہ سب طاق اعداد ہیں۔

آیئے کچھ دلچسپ حقائق جاننے کی کوشش کریں:

(a) سب سے چھوٹا جفت عدد کون سا ہے؟ یہ 2 ہے سب سے چھوٹا مفرد عدد کون سا ہے؟ یہ بھی 2 ہے۔
اس طرح **عدد 2 سب سے چھوٹا مفرد عدد ہے اور یہ ایک جفت عدد بھی ہے۔**

(b) دوسرے مفرد اعداد ...3,5,7, 11,13 وغیرہ ہیں کیا آپ کو اس فہرست میں کوئی جفت عدد نظر آرہا ہے؟ یقیناً نہیں یہ سبھی طاق اعداد ہیں۔
اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ 2 کے علاوہ سبھی مفرد اعداد طاق اعداد ہیں۔

© NCERT not to be republished

مشق 3.2

1۔ بتائیے کہ کسی دو اعداد کا حاصل جمع جفت ہوتا ہے یا طاق ہوتا ہے اگر وہ دونوں

(a) طاق اعداد ہوں (b) جفت اعداد ہوں

2۔ بتائیے کہ درج ذیل بیانات میں کون صحیح ہیں اور کون غلط :

(a) تین طاق اعداد کا جوڑ جفت عدد ہوتا ہے۔

(b) دو طاق اعداد اور ایک جفت عدد کا جوڑ جفت عدد ہوتا ہے۔

(c) تین طاق اعداد کا حاصل ضرب طاق عدد ہوتا ہے۔

(d) اگر کسی جفت عدد کو 2 سے تقسیم کریں تو خارج قسمت ہمیشہ طاق عدد ہوتی ہے۔

(e) تمام مفرد اعداد، طاق عدد ہوتے ہیں۔

(f) مفرد اعداد کے کوئی اجزائے ضربی نہیں ہوتے ہیں۔

(g) دو مفرد اعداد کی حاصل جمع ہمیشہ جفت عدد ہوتا ہے۔

(h) صرف عدد 2 ایک ایسا مفرد عدد ہے جو جفت عدد بھی ہے۔

(i) تمام جفت اعداد مرکب اعداد ہوتے ہیں۔

(j) دو جفت اعداد کی حاصل ضرب جفت عدد ہوتا ہے۔

3۔ اعداد 13 اور 31 مفرد اعداد ہیں۔ ان دونوں اعداد کے ہندسہ ایک سے ہیں یعنی 1 اور 3۔ تو 100 تک کے ایسے مفرد اعداد کے جوڑے معلوم کیجیے۔

4۔ 20 سے چھوٹے سبھی مفرد اور مرکب اعداد کو الگ الگ لکھیے۔

5۔ عدد 1 اور 10 کے درمیان سب سے بڑا مفرد عدد بتائیے۔

6۔ درج ذیل میں سے ہر ایک کو دو مفرد اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں لکھیے۔

(a) 44 (b) 36 (c) 24 (d) 18

7۔ مفرد اعداد کے تین ایسے جوڑے بنائیے جن کا فرق 2 ہے۔

[نوٹ : ایسے دو مفرد اعداد جن کا فرق 2 ہو ہم مفرد اعداد (Twin Primes) کہتے ہیں۔]

8۔ درج ذیل اعداد میں سے کون سے مفرد عدد ہیں۔

(a) 23 (b) 51 (c) 37 (d) 26

9۔ 100 سے چھوٹے 7 مسلسل ایسے مرکب اعداد لکھیے جن کے درمیان میں کوئی مفرد عدد نہ ہو۔

10۔ مندرجہ ذیل میں ہر ایک کو تین طاق مفرد عدد کی حاصل جمع کی شکل میں لکھیے:

(a) 21 (b) 31 (c) 53 (d) 61

© NCERT not to be republished

11۔ 20 سے چھوٹے مفرد اعداد کے پانچ ایسے جوڑے بنایئے جن کی حاصل جمع 5 سے پوری پوری تقسیم ہوجائے۔
(اشارہ: $3 + 7 = 10$)

12۔ مندرجہ ذیل خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(a) ایسا عدد جن کے صرف 2 اجزائے ضربی ہوں ______ کہلاتا ہے۔

(b) ایسا عدد جس کے دو سے زیادہ اجزائے ضربی ہوں ______ کہلاتا ہے۔

(c) عدد 1 نہ تو ______ ہے اور نہ ہی ______ ہے۔

(d) سب سے چھوٹا مفرد عدد ______ ہے۔

(e) سب سے چھوٹا مرکب عدد ______ ہے۔

(f) سب سے چھوٹا جفت عدد ______ ہے۔

3.4 اعداد کی تقسیم پذیری کی جانچ (Tests for Divisibility of Numbers)

کیا عدد 38 عدد 2 سے پورا پورا تقسیم ہوسکتا ہے؟ 4 سے یا 5 سے تقسیم ہوسکتا ہے؟

ہم تقسیم کرکے دیکھ سکتے ہیں کہ 38 ان اعداد میں سے 2 سے تقسیم ہوتا ہے 4 اور 5 سے نہیں۔

آیئے ذرا دیکھیں کہ کیا کوئی ایسا نمونہ ہے جو ہم کو یہ بتا سکے کہ کیا کوئی عدد 2، 3، 4، 5، 6، 8، 9، 10 یا 11 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں۔ کیا آپ سمجھتے ہیں کہ ایسے نمونہ آسانی سے نظر آجاتے ہیں؟

10 سے تقسیم پذیری: چارو نے 10 کے اضعاف دیکھے یہ اضعاف ہیں 10، 20، 30، 40، 50، 60،... اس نے ان تمام اعداد میں کچھ بات مشترک دیکھی۔ کیا آپ بتاسکتے ہیں کہ کیا ان تمام اعداد میں اکائی کا ہندسہ 0 ہے۔

اس نے کچھ ایسے اعداد کے بارے میں سوچا جس کا اکائی کا ہندسہ 0 ہے جیسے 100، 1000، 3200، 7010 اس نے پایا کہ یہ تمام اعداد 10 سے تقسیم ہوجاتے ہیں۔

اس نے دیکھا کہ اگر کسی عدد کے اکائی کا ہندسہ 0 ہے تو وہ عدد 10 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔ کیا آپ 100 سے تقسیم پذیری کی جانچ کا اصول بتا سکتے ہیں؟

5 سے تقسیم پذیری: منی کو اعداد 5، 10، 15، 20، 25، 30، 35 میں کچھ دلچسپ نمونہ نظر آیا۔ کیا آپ یہ نمونہ بنا سکتے ہیں۔

اکائی کا ہندسہ دیکھیے ان تمام اعداد میں اکائی کا ہندسہ 0 ہے یا 5 اور ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ یہ سبھی اعداد 5 سے تقسیم ہورہے ہیں۔

منی نے پھر کچھ اور ایسے اعداد لیے جو 5 سے تقسیم ہورہے تھے جیسے 105، 215، 6205، 3500

ان اعداد کے اکائی کے ہندسوں میں بھی 0 یا 5 ہے۔

© NCERT not to be republished

اس نے 23، 56، 97 کو 5 سے تقسیم کرنے کی کوشش کی۔ کیا وہ یہ کر پائے گی؟ اس کی جانچ کیجیے۔

اس نے دیکھا کہ وہ اعداد جس میں اکائی کے مقام پر 0 یا 5 ہو۔ ہمیشہ 5 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ دوسرے اعداد میں باقی بچ جاتا ہے۔

کیا عدد 1750125، 5 سے تقسیم ہو سکتا ہے۔

2 سے تقسیم پذیری: چارو نے دو کے کچھ اضعاف کو دھیان سے دیکھا۔ 10، 12، 14، 16، ... اور کچھ اور بھی اعداد جیسے 2410، 4356، 1358، 2972، 5974 وغیرہ۔ اس کو ان اعداد کی اکائی کے ہندسوں میں کچھ نمونہ نظر آئے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ وہ کیا ہیں؟ ان اعداد کے اکائی کے ہندسہ 0، 2، 6، 8 ہیں اس نے ان اعداد کو 2 سے تقسیم کیا تو 0 باقی بچتا ہے۔ اس نے یہ بھی پایا کہ اعداد 2467، 4829 عدد 2 سے تقسیم نہیں ہوتے ہیں۔ ان اعداد کے اکائی کے ہندسہ 0، 2، 4، 6 یا 8 نہیں ہے۔ ان ساری باتوں کو دھیان میں رکھتے ہوئے وہ اس نتیجہ پر پہنچی کہ **اگر کسی عدد میں اکائی کے مقام پر 0، 2، 6، 8 میں سے کوئی ہندسہ ہے تو وہ عدد 2 سے تقسیم ہو جائے گا۔**

3 سے تقسیم پذیری: کیا اعداد 21، 27، 36، 54، 219 وغیرہ عدد 3 سے تقسیم ہو جائیں گے؟ جی ہاں ہو جائیں گے۔

کیا اعداد 25، 37، 260 وغیرہ عدد 3 سے تقسیم ہو جائیں گے؟ نہیں۔

3 کی تقسیم پذیری کو جانچنے کے لیے کیا آپ کو اکائی کے ہندسوں میں کوئی نمونہ نظر آ رہا ہے۔ جی نہیں۔ کیونکہ اکائی کے مقام پر ایک ہی ہندسہ والے اعداد 3 سے تقسیم ہو جاتے ہیں جیسے 27۔ اور تقسیم نہیں بھی ہوتے جیسے 17، 37 آئیے اب ذرا 21، 36 اور 57 اور 219 کے ہندسوں کو جوڑ کر دیکھتے ہیں کیا آپ کو کوئی خاص بات سمجھ میں آئی؟

$2+1=3,\ 3+6=9,\ 5+4=9,\ 2+1+9=12$ یہ تمام حاصل جمع 3 سے تقسیم ہو رہے ہیں۔

25، 37، 260 کے ہندسوں کو جوڑیے۔ ہم کو حاصل ہوگا۔ $2 + 5 = 7$، $3 + 7 = 10$، $2 + 6 + 0 = 8$ یہ 3 سے تقسیم نہیں ہو رہے ہیں۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر کسی عدد کے ہندسوں کی حاصل جمع 3 سے تقسیم ہو جاتی ہے تو عدد بھی 3 سے بھی تقسیم ہو جائے گا۔ کیا 7221 عدد 3 سے تقسیم ہو سکتا ہے؟

6 سے تقسیم پذیری: کیا آپ کوئی ایسا عدد بتا سکتے ہیں جو 2 اور 3 دونوں سے تقسیم ہو رہا ہو؟

ایک ایسا عدد 18 ہے کیا 18، $2 \times 3 = 6$ سے بھی تقسیم ہوگا۔ ہاں یہ ہو سکتا ہے۔

18 جیسے کچھ اور اعداد ڈھونڈیے اور جانچ کیجیے کہ کیا وہ 6 سے بھی تقسیم ہو رہے ہیں۔

© NCERT not to be republished

کیا آپ جلدی سے کوئی ایسا عدد بتا سکتے ہیں جو 2 سے تو تقسیم ہو رہا ہو مگر 3 سے نہیں؟

اب کوئی ایسا عدد جو 3 سے تو تقسیم ہو رہا ہے مگر 2 سے نہیں، اس کی ایک مثال 27 ہے۔ 6 سے تقسیم ہو رہا ہے؟ نہیں 27 جیسے اور اعداد ڈھونڈیے۔

اس سے ہم اس نتیجہ پر پہنچے کہ **اگر کوئی عدد 2 اور 3 دونوں سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ 6 سے بھی تقسیم ہوجائے گا۔**

4 سے تقسیم پذیری: کیا آپ جلدی سے پانچ 3 ہندسی اعداد بتا سکتے ہیں جو 4 سے تقسیم ہوتے ہوں؟ ایسا ایک عدد 212 ہے۔ اس طرح کے 4 ہندسہ اعداد کے بارے میں سوچئے؟ اس کی ایک مثال 1936 ہے؟

212 میں اکائی اور دہائی مقام کے ہندسوں سے بننے والے اعداد پر دھیان دیجیے۔ یہ 12 ہے جو کہ 4 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔ 1936 میں یہ عدد 36 ہے۔ اور 36، 4 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔

اس مشق کو کچھ اور ایسے ہی اعداد کے ساتھ کیجیے مثال کے طور پر 4612، 3516، 9532 کے ساتھ۔

کیا عدد 286، 4 سے تقسیم ہوجاتا ہے یا نہیں؟ کیا عدد 86، 4 سے تقسیم ہوجاتا ہے یا نہیں؟

اس طرح ہم نے دیکھا کہ **اگر کسی 3 یا زیادہ ہندسوں کے عدد اکائی اور دہائی سے بنا عدد 4 سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ عدد بھی 4 سے تقسیم ہوجائے گا۔** دس اور مثالیں دے کر اس اصول کو جانچیے۔

ہم 1 اور 2 ہندسے کے اعداد کی 4 سے تقسیم پذیری کو تقسیم کے حقیقی عمل کے ذریعے جانچ سکتے ہیں۔

8 سے تقسیم پذیری: کیا اعداد 1000، 2104، 1416 عدد 8 سے تقسیم ہو رہے ہیں؟ آپ اس کو جانچ سکتے ہیں۔ یہ اعداد 8 سے تقسیم ہوسکتے ہیں۔ آئیے نمونے کو دیکھنے کی کوشش کریں۔

ان اعداد کے اکائی، دہائی اور سیکڑے کے مقام کے ہندسوں پر دھیان دیجیے۔ یہ بالترتیب 104,000، 416 ہیں یہ بھی 8 سے تقسیم ہو رہے ہیں۔ کیونکہ ایک طرح سے 000 بھی 8 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔ کچھ اور ایسے اعداد ڈھونڈیے جن کی اکائی، دہائی اور سیکڑے (یعنی آخری 3 ہندسہ) کے ذریعہ بنا عدد 8 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔ مثال کے طور پر 9216، 8216، 7216، 10216، 9995216 وغیرہ۔ آپ دیکھیں گے کہ یہ اعداد اپنے آپ 8 سے تقسیم ہوجاتے ہیں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ **کوئی چار یا اس سے زیادہ ہندسی عدد 8 سے تقسیم ہوجائے گا اگر اس کے اکائی، دہائی اور سیکڑے کے ہندسوں سے بنا عدد 8 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔**

کیا عدد 73512، 8 سے تقسیم ہوجائے گا؟ 1، 2 یا 3 ہندسی اعداد کی 8 سے تقسیم پذیری کو ہم تقسیم کے حقیقی عمل کے ذریعے جانچ کرسکتے ہیں۔

9 سے تقسیم پذیری: 9 کے اضعاف 9، 18، 27، 36، 45، 54 ہیں۔ کچھ اور اعداد جیسے 4608، 5383 بھی 9 سے تقسیم ہوجاتے ہیں۔

کیا ان اعداد کے ہندسوں کو جب جمع کیا جائے تو کوئی نمونہ آپ کو نظر آتا ہے؟ ہاں۔

$$1 + 8 = 9,\ 2 + 7 = 9,\ 3 + 6 = 9,\ 4 + 5 = 9,$$
$$4 + 6 + 0 + 8 = 18,\ 5 + 2 + 8 + 3 = 18$$

یہ سب حاصل جمع بھی 9 سے تقسیم ہو رہی ہیں۔

کیا عدد 758، عدد 9 سے تقسیم ہو رہا ہے؟ جی نہیں۔ اس کے ہندسوں کا جوڑ $7 + 5 + 8 = 20$ ہے جو کہ 9 سے تقسیم نہیں ہوتا ہے۔

اس سے ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ اگر کسی عدد کے ہندسوں کا مجموعہ 9 سے تقسیم ہو جاتا ہے تو وہ عدد خود بھی 9 سے تقسیم ہو جائے گا۔

11 سے تقسیم پذیری: اعداد 308، 1331، 61809 سبھی 11 سے تقسیم ہو جاتے ہیں۔

ہم ایک جدول بناتے ہیں اور دیکھتے ہیں کہ اگر ان اعداد کے ہندسہ ہم کو کسی نمونہ کی طرف لے جائیں۔

دونوں کا فرق	دائیں جانب سے جفت مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ	دائیں جانب سے طاق مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ	اعداد
11 – 0 = 11	0	8 + 3 = 11	308
4 – 4 = 0	3 + 1 = 4	1 + 3 = 4	1331
23 – 1 = 22	0 + 1 = 1	9 + 8 + 6 = 23	61809

ہم دیکھتے ہیں کہ ہر ایک کے لیے دونوں مجموعوں کا فرق یا تو صفر ہے یا 11 کا ضعف ہے۔ یہ تمام اعداد 11 سے تقسیم ہو جاتے ہیں۔

عدد 5081 کے لیے ہندسوں کا فرق ہے۔ $(8 + 5) – (0 + 1) = 12$ جو کہ 11 سے تقسیم نہیں ہوتا۔ عدد 5081 بھی 11 سے تقسیم نہیں ہوگا۔

اس طرح، 11 سے تقسیم پذیری کا اصول ہے۔ دائیں طرف کے ہندسہ سے شروع کرتے ہوئے طاق مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ اور جفت مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ کا فرق معلوم کیجیے۔ اگر یہ فرق صفر یا 11 کا ضعف ہے۔ یعنی 11 سے تقسیم ہو جاتا ہے تو وہ عدد بھی 11 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔

© NCERT not to be republished

مشق 3.3

1۔ تقسیم پذیری کے اصولوں کو استعمال کرکے معلوم کیجیے کہ مندرجہ ذیل میں سے کون کون سے اعداد 2 سے، 3 سے، 4 سے، 5 سے، 6 سے، 8 سے، 9 سے، 10 سے، اور 11 سے تقسیم ہوجاتے ہیں۔ ہاں یا نہیں میں جواب دیجیے:

عدد	تقسیم پذیری								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
128	ہاں	نہیں	ہاں	نہیں	نہیں	ہاں	نہیں	نہیں	نہیں
990	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
1586	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
275	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
6686	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
639210	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
429714	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2856	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
3060	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
406839	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

2۔ تقسیم پذیری کے اصولوں کی مدد سے معلوم کیجیے کہ درج ذیل میں سے کون سے اعداد 4 سے، 8 سے تقسیم ہوجاتے ہیں:

(a) 572 (b) 726352 (c) 5500 (d) 6000

(e) 12159 (f) 14560 (g) 21084 (h) 31795072

(i) 1700 (j) 2150

3۔ تقسیم پذیری کے اصولوں کی مدد سے معلوم کیجیے کہ درج ذیل میں سے کون سے اعداد 6 سے تقسیم ہوجاتے ہیں:

(a) 297144 (b) 1258 (c) 4335 (d) 61233

(e) 901352 (f) 438750 (g) 1790184 (h) 12583

(i) 639210 (j) 17852

4۔ تقسیم پذیری کے اصولوں کی مدد سے معلوم کیجیے کہ درج ذیل میں سے کون سے اعداد 11 سے تقسیم ہوجاتے ہیں:

(a) 5445 (b) 10824 (c) 7138965 (d) 70169308

(e) 10000001 (f) 901153

© NCERT not to be republished

5۔ درج ذیل اعداد کے درمیان دی گئی خالی جگہوں میں (a) سب سے چھوٹا ہندسہ (b) سب سے بڑا ہندسہ لکھیے تا کہ حاصل ہونے والا عدد 3 سے تقسیم ہو جائے۔

(a) 6724 __ (b) 2 __ 4765

6۔ درج ذیل اعداد کے درمیان دی گئی خالی جگہوں میں ایک ایسا ہندسہ لکھیے جس سے حاصل ہونے والا عدد 11 سے تقسیم ہوجائے۔

(a) 389 __ 92 (b) 9484 __ 8

3.5 مشترک اجزائے ضربی اور مشترک اضعاف
(Common Factors and Common Multiples)

کوشش کیجیے

مشترک اجزائے ضربی معلوم کیجیے:

(a) 8,20 (b) 9,15

کچھ اعداد کے جوڑوں کے اجزائے ضربی کو دیکھیے:

(a) 4 اور 18 کے اجزائے ضربی کیا ہیں؟

4 کے اجزائے ضربی ہیں: 1، 2 اور 4

18 کے اجزائے ضربی ہیں: 1، 2، 3، 6، 9 اور 18

اعداد 1 اور 2 عدد 4 اور 18 دونوں کے ہی اجزائے ضربی ہیں۔

یہ 4 اور 18 کے مشترک اجزائے ضربی ہیں۔

(b) 4 اور 15 کے مشترک اجزائے ضربی کیا ہیں؟

ان دونوں اعداد کا مشترک جزوضربی صرف عدد 1 ہی ہے۔

7 اور 16 کے مشترک اجزائے ضربی کیا ہیں؟

جب دو اعداد کا مشترک جزوضربی صرف عدد 1 ہو تو اس قسم کے اعداد باہم مفرد اعداد (Co-Prime Numbers) کہلاتے ہیں۔ 4 اور 15 باہم مفرد اعداد ہیں۔

کیا 7 اور 15، 12 اور 49، 18 اور 23 باہم مفرد اعداد ہیں؟

(c) کیا ہم 4، 12 اور 16 کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کر سکتے ہیں؟

4 کے اجزائے ضربی ہیں: 1، 2 اور 4

12 کے اجزائے ضربی ہیں: 1، 2، 3، 4، 6 اور 12

16 کے اجزائے ضربی ہیں: 1، 2، 4، 8، اور 16

واضح رہے کہ 4، 12 اور 16 کے مشترک اجزائے ضربی 1، 2 اور 4 ہیں۔

درج ذیل کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کیجیے: (a) 8,12,20 (b) 9,15,21

© NCERT not to be republished

آیئے اب ہم ایک ساتھ ایک سے زیادہ اعداد کے اضعاف کو دیکھتے ہیں۔

(a) 4اور 6 کے اضعاف کیا ہیں؟ 4 کے اضعاف ہیں:...,4,8,12,16,20,24 (کچھ اور ایسے اضعاف لکھیے)

6 کے اضعاف ہیں : 6,12,18,24,30,36 .....…………(کچھ اور ایسے اضعاف لکھیے)

ان اعداد میں کیا کچھ ایسے بھی ہیں جو دونوں فہرستوں میں ہوں؟ ہم نے دیکھا کہ 12، 24، 36، ...

ایسے اضعاف ہیں جو 4 کے بھی اور 6 کے بھی ہیں۔

کیا آپ کچھ اور ایسے لکھ سکتے ہیں؟

یہ 4اور 6 کے مشترک اضعاف (Common multiples) کہلاتے ہیں۔

(b) 3،5، اور 6 کے مشترک اضعاف لکھیے۔

3 کے اضعاف ہیں: ...,3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33

5 کے اضعاف ہیں: ...,5,10,15,20,25,30,35

6 کے اضعاف ہیں: ...,6,12,18,24,30

3،5اور 6 کے مشترک اضعاف ہیں : ...,30,60,90

3،5اور 6 کے کچھ اور مشترک اضعاف لکھیے۔

مثال نمبر 5: 75، 60،اور 210 کے مشترک اجزائے ضربی لکھیے۔

حل: 75 کے اجزائے ضربی ہیں: 75 اور ,1,3,5,15,25

60 کے اجزائے ضربی ہیں: 60اور 1,2,3,4,5,6,10,12,15,30

210 کے اجزائے ضربی ہیں: 210اور 1,2,3,5,6,7,10,14,15,21,30,35,42,70,105

اس لیے 75، 60،اور 210 کے مشترک اجزائے ضربی ہیں۔ 15اور 1,3,5

مثال نمبر 6: 3، 4، اور 9 کے مشترک اضعاف لکھیے۔

حل: 3 کے اضعاف ہیں: ...3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,39,42,45

4 کے اضعاف ہیں: ...,4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,44,48

9 کے اضعاف ہیں: ...,9,18,27,36,45,54,63,72,81

واضح رہے کہ 3،4اور 9 کے مشترک اضعاف ہیں۔ ...,36,72,108

© NCERT not to be republished

مشق 3.4

1۔ درج ذیل میں ہر ایک کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(a) 20اور 28 (b) 15اور 25 (c) 35اور 50 (d) 56اور 120

2۔ درج ذیل میں ہر ایک کے مشترک اجزائے ضربی لکھیے۔

(a) 4,8اور 12 (b) 5,15اور 4

3۔ مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے پہلے تین مشترک اضعاف لکھیے۔

(a) 6اور 8 (b) 12اور 8

4۔ 3اور 4 کے 100 سے چھوٹے تمام مشترک اضعاف لکھیے۔

5۔ درج ذیل میں سے کون سے عدد جوڑے باہم مفرد اعداد کے ہیں؟۔

(a) 18اور 35 (b) 37اور 15 (c) 415اور 30

(d) 68اور 17 (e) 215اور 216 (f) 81اور 16

6۔ ایک عدد 5اور 12 دونوں سے تقسیم ہوجاتا ہے۔ یہ عدد اور کون سے عدد سے تقسیم ہوجائے گا؟۔

7۔ ایک عدد 12 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ یہ عدد اور کون سے اعداد سے تقسیم ہوجائے گا؟۔

3.6 تقسیم پذیری کے کچھ اور اصول (Some More Divisibility Rules)

آیئے اعداد کی تقسیم پذیری سے متعلق کچھ اور اصولوں کا مشاہدہ کرتے ہیں۔

(i) کیا آپ 18 کا ایک جزوضربی بتا سکتے ہیں؟ یہ 9 ہے۔9 کا ایک جزوضربی بتایئے۔ یہ 3 ہے۔ کیا 3عدد 18 کا جزوضربی ہے؟ ہاں یہ ہے۔ عدد 18 کا کوئی اور جزوضربی لیتے ہیں۔ مان لیا عدد 6۔اب عدد2، عدد 6 کا ایک جزوضربی ہے۔ اور یہ 18 کو بھی تقسیم کرتا ہے۔ اس کو 18 کے دوسرے اجزائے ضربی کے لیے بھی جانچیے۔

24 کو لیجیے۔ یہ 8 سے تقسیم ہوجاتا ہے اور 8 کے اجزائے ضربی ہیں 1،2،4،اور 8۔ یہ 24 کو بھی تقسیم کرتے ہیں۔

اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر ایک عدد کسی دوسرے عدد سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ اس دوسرے عدد کے تمام اجزائے ضربی سے بھی تقسیم ہو جائے گا۔

(ii) عدد 80عدد 4اور 5 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ یہ $20 = 5 \times 4$ سے بھی تقسیم ہوتا ہے۔ اس لیے 4اور 5باہم مفرد اعداد ہیں۔

© NCERT not to be republished

اس طرح عدد 60، 3 اور 5 دونوں سے تقسیم ہوجاتا ہے جو کہ باہم مفرد اعداد ہیں۔ 15 = 5 × 3 سے بھی عدد 60 تقسیم ہوجاتا ہے۔

اگر ایک عدد دو باہم مفرد اعداد سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ ان کے حاصل ضرب سے بھی تقسیم ہوگا۔

(iii) اعداد 16 اور 20 دونوں عدد 4 سے تقسیم ہوجاتے ہیں۔ عدد 36 = 20 + 16 بھی 4 سے تقسیم ہوگا۔ اس کو دوسرے عددی جوڑوں کے لیے بھی جانچیے۔ 16 اور 20 کے دوسرے مشترک اجزائے ضربی کے ساتھ بھی اس کو کرنے کی کوشش کیجیے۔

اگر دیے گئے دو اعداد کسی ایک عدد سے تقسیم ہوجاتے ہیں تو ان کا حاصل جمع بھی اس عدد سے تقسیم ہوجائے گا۔

(iv) اعداد 35 اور 20 دونوں 5 سے تقسیم ہوسکتے ہیں۔ کیا ان کا فرق 15 = 20 - 35 بھی 5 سے تقسیم ہو جائے گا؟ اس کو دوسرے عددی جوڑوں کے لیے بھی کرکے دیکھیے۔ **اگر دیے گئے دو اعداد کسی ایک عدد سے تقسیم ہوجاتے ہیں تو ان کا فرق بھی اس عدد سے تقسیم ہوجائے گا۔**

مختلف عددی جوڑے لیجیے اور اوپر سے دیے گئے چاروں اصول کو ان پر لاگو کیجیے۔

3.7 مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل (Prime Factorisation)

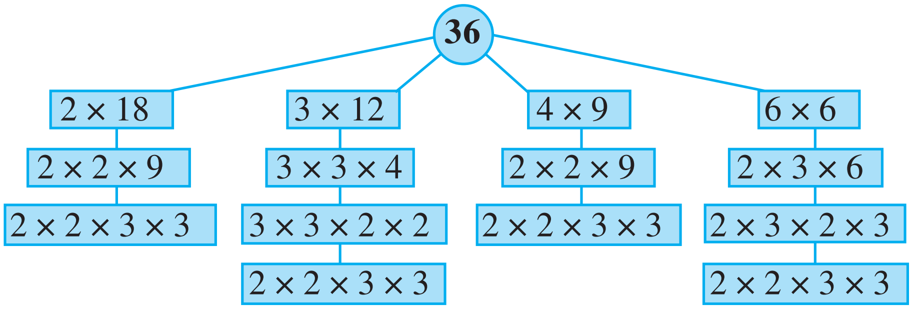
جب ہم کسی عدد کو اس کے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں تو ہم کہتے ہیں کہ ہم نے اس عدد کے اجزائے ضربی نکال لیے ہیں مثال کے طور پر 24 = 8 × 3 یہ 24 کے اجزائے ضربی میں تحلیل کی ایک مثال ہے۔ 24 کے اجزائے ضربی میں تحلیل کی کچھ اور مثالیں درج ذیل ہیں۔

24 = 2 × 12 = 2 × 2 × 6 = 2 × 2 × 2 × 3	24 = 4 × 6 = 2 × 2 × 6 = 2 × 2 × 2 × 3	24 = 3 × 8 = 3 × 2 × 2 × 2 = 2 × 2 × 2 × 3

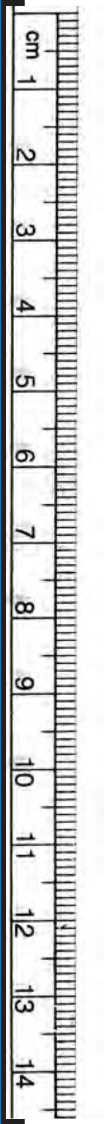
اوپر دیے گئے 24 کے ہر اجزائے ضربی میں تحلیل کے آخری قدم میں ہم 2×2×2×3 پر پہنچتے ہیں۔ اجزائے ضربی کی اس تحلیل میں صرف دو ہی اجزائے ضربی 2 اور 3 ہیں جو کہ مفرد اعداد ہیں اس طرح اعداد کی اجزائے ضربی کی تحلیل کو مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل کرنا کہلاتا ہے۔

آیئے ذرا اس کو عدد 36 کے لیے جانچیں :

© NCERT not to be republished



36 کے مفرد اجزائے ضربی ہیں۔ $3\times3\times2\times2$ یہ عدد 36 کے صرف ایک ہی قسم کے مفرد اجزائے ضربی ہیں۔



کوشش کیجیے

16، 28، 36 کے مفرد اجزائے ضربی لکھیے۔

اسے کیجیے

جزو ضربی کا درخت (Factor Tree)

ایک عدد سوچیے اور اس کو لکھیے

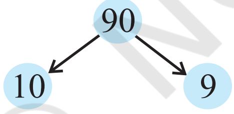
90

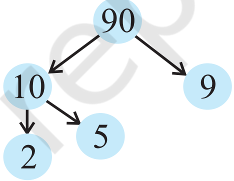
اجزائے ضربی کا ایک جوڑا سوچیے جیسے

$90 = 10 \times 9$

اب 10 کے اجزائے ضربی کا ایک جوڑا

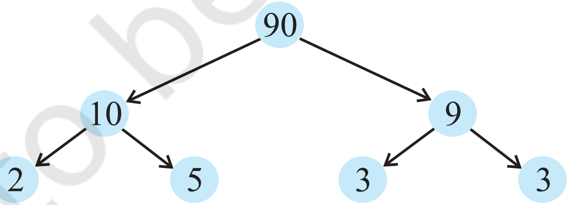
$10 = 2 \times 5$





9 کے اجزائے ضربی کا جوڑا سوچیے۔

$9 = 3 \times 3$



ان کو مندرجہ ذیل اعداد کے لیے کرنے کی کوشش کیجیے۔

(a) 8 (b) 12

مثال نمبر 7: 980 کے مفرد اجزائے ضربی لکھیے۔

حل: اس کو ہم اس طرح کرتے ہیں۔

ہم عدد 980 کو 2، 3، 5، 7، وغیرہ سے ترتیب وار اس وقت تقسیم کرتے ہیں جب تک کہ خارج قسمت اس عدد سے تقسیم نہ ہو جائے۔ اس لیے 980 کے مفرد اجزائے ضربی ہیں: $980=2x2x5x7x7$

© NCERT not to be republished

2	980
2	490
5	245
7	49
7	7
	1

مشق 3.5

1۔ درج ذیل بیانات میں سے کون سے درست ہیں؟

(a) اگر کوئی عدد 3 سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ 9 سے بھی ضرور تقسیم ہوجائے گا۔

(b) اگر کوئی عدد 9 سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ 3 سے بھی ضرور تقسیم ہوجائے گا۔

(c) ایک عدد 18 سے تقسیم ہوجاتا ہے اگر وہ 3 اور 6 دونوں سے بھی تقسیم ہوجائے۔

(d) اگر کوئی عدد 9 اور 10 دونوں سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ 90 سے بھی ضرور تقسیم ہوجائے گا۔

(e) اگر دو اعداد باہم مفرد ہیں تو ان میں سے ایک ضرور مفرد عدد ہوگا۔

(f) وہ سبھی اعداد جو 4 سے تقسیم ہوسکتے ہیں 8 سے بھی ضرور تقسیم ہوں گے۔

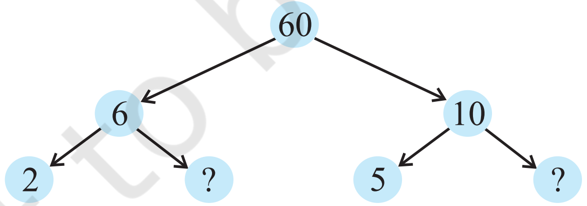
(g) وہ سبھی اعداد جو 8 سے تقسیم ہوسکتے ہیں 4 سے بھی ضرور تقسیم ہوں گے۔

(h) اگر ایک عدد دو اعداد کو الگ الگ تقسیم کرتا ہے تو یہ عدد ان اعداد کے حاصل جمع کو بھی تقسیم کرے گا۔

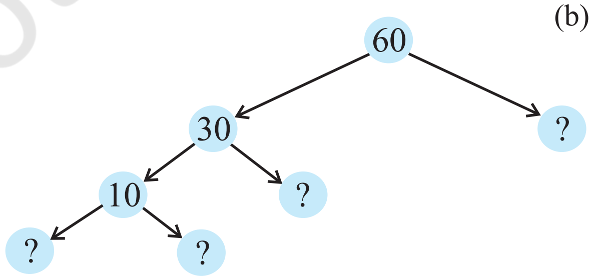
(i) اگر ایک عدد دو اعداد کے حاصل جمع کو تقسیم کرتا ہے تو وہ ان اعداد کو الگ الگ بھی تقسیم کرے گا۔

2۔ یہاں پر عدد 60 کے اجزائے ضربی کے دو درخت دیے گئے ہیں ان میں چھوٹ گئے اعداد لکھیے۔

(a)



(b)



© NCERT not to be republished

3۔ ایک مرکب عدد کے مفرد اجزائے ضربی میں کون سے اجزائے ضربی شامل نہیں ہوتے ہیں؟۔

4۔ چار ہندسوں کا سب سے بڑا عدد لکھیے اور اس کو اس کے مفرد اجزائے ضربی کی شکل میں لکھیے۔

5۔ پانچ ہندسوں کا سب سے چھوٹا عدد لکھیے اور اس کو اس کے مفرد اجزائے ضربی کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

6۔ 1729 کے تمام مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے اور ان کو بڑھتی ترتیب میں لکھیے۔ اب دو مسلسل مفرد اجزائے ضربی ہیں اگر کوئی رشتہ بنتا ہے تو اس کو لکھیے۔

7۔ تین مسلسل اعداد کا جوڑ ہمیشہ 6 سے تقسیم ہوجاتا ہے اس بیان کو کچھ مثالوں کی مدد سے واضح کیجیے۔

8۔ درج ذیل میں کون سے بیان میں مفرد اجزائے ضربی دکھائے گئے ہیں۔

(a) $24 = 2 \times 3 \times 4$ (b) $56 = 1 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2$

(c) $70 = 2 \times 5 \times 7$ (d) $54 = 2 \times 3 \times 9$

9۔ 15470 کے مفرد اجزائے ضربی لکھیے۔

10۔ دیکھیے کیا 25110 عدد 45 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔

(اشارہ: 5 اور 9 باہم مفرد اعداد ہیں۔ عدد کی 5 اور 9 سے تقسیم پذیری کی جانچ کیجیے۔)

11۔ عدد 18، 2، 3 دونوں اعداد سے تقسیم ہوجاتا ہے۔ یہ $6 = 2 \times 3$ سے بھی تقسیم ہوجاتا ہے۔ اس طرح ایک عدد 4 اور 6 دونوں اعداد سے تقسیم ہوجاتا ہے۔ کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ عدد $24 = 4 \times 6$ سے بھی تقسیم ہوجائے گا۔ اگر نہیں تو اپنے جواب کو ثابت کرنے کے لیے ایک مثال دیجیے۔

12۔ میں سب سے چھوٹا عدد ہوں اور میرے چار مختلف مفرد اجزائے ضربی ہیں۔ کیا آپ مجھے تلاش کرسکتے ہیں۔

3.8 عادِ اعظم مشترک (Highest Common Factor)

ہم کن ہی دو اعداد کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کرسکتے ہیں۔ اب ہم ان مشترک اجزائے ضربی میں سب سے بڑا مشترک جزو ضربی معلوم کرنے کی کوشش کریں گے۔

12 اور 16 کے مشترک جزو ضربی کیا ہیں۔ یہ ہیں 1، 2 اور 4

ان مشترک اجزائے ضربی میں سب سے بڑا کون ہے؟ یہ 4 ہے۔

20، 28 اور 36 کے مشترک اجزائے ضربی کون سے ہیں؟ یہ 1، 2، 4 ہیں۔ اور پھر سے عدد 4 ہی سب سے بڑا مشترک جزو ضربی ہے۔

دیئے ہوئے دو یا دو سے زیادہ اعداد کا عادِ اعظم مشترک (HCF) ان کے تمام مشترک اجزائے ضربی کا سب سے بڑا جزو ضربی ہوتا ہے۔

کوشش کیجیے

درج ذیل اعداد کا عادِ اعظم مشترک (HCF) معلوم کیجیے۔

(i) 24 اور 36 (ii) 15، 25 اور 30

(iii) 8 اور 12 (iv) 12، 16 اور 28

© NCERT not to be republished

اس کو اعظم مشترک (Highest Common Divisor) قاسم بھی کہتے ہیں۔

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

2	28
2	14
7	7
	1

2	20
2	10
5	5
	1

اس طرح

$$20 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 5$$
$$28 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 7$$
$$36 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3 \times 3$$

مشق 3.6

1۔ درج ذیل اعداد کا HCF معلوم کیجیے۔

(a) 18, 48 (b) 30, 42 (c) 18, 60 (d) 27, 63

(e) 36, 84 (f) 34, 102 (g) 70, 105, 175

(h) 91, 112, 49 (i) 18, 54, 81 (j) 12, 45, 75

2۔ دو مسلسل اعداد کا HCF کیا ہوگا اگر وہ

(a) اعداد ہوں (b) جفت اعداد ہوں؟ (c) طاق اعداد ہوں؟

3۔ دو باہم مفرد اعداد 4 اور 15 کا HCF ہم درج ذیل طریقے سے نکالتے ہیں $4 = 2 \times 2$ اور $15 = 3 \times 5$ کیونکہ ان میں کوئی مشترک مفرد جزو ضربی نہیں ہے۔ اس لیے 4 اور 15 کا HCF، 0 ہے۔ کیا یہ جواب درست ہے؟ اگر نہیں تو درست HCF کیا ہوگا؟۔

3.9 ذو اضعاف اقل مشترک (Lowest Common Multiple)

اعداد 4 اور 6 کے مشترک اضعاف کون سے ہیں؟ یہ ہیں 12، 24، 36، ..... ان میں سب سے چھوٹا کون سا ہے؟ یہ 12 ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ 4 اور 6 کا ذو اضعاف اقل مشترک 12 ہے۔ یہ وہ سب سے چھوٹا عدد ہے جس کے یہ دونوں اعداد جزو ضربی ہیں۔ **دیے ہوئے دو یا دو سے زیادہ اعداد کا ذو اضعاف اقل مشترک (LCM) تمام مشترک اضعاف میں سب سے چھوٹا ہوتا ہے۔**

8 اور 12 کا LCM کیا ہوگا؟ 4 اور 9 کا؟ 9 اور 6 کا؟

مثال نمبر 8: 12 اور 18 کا LCM معلوم کیجیے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ 12 اور 18 کے مشترک اضعاف 36، 72، 108 وغیرہ ہیں۔ اس میں سب سے چھوٹا 36 ہے۔ آیئے اب ہم دو اعداد کا LCM نکالنے کا ایک اور طریقہ دیکھتے ہیں۔

© NCERT not to be republished

12اور 18 کا مفرد اجزائے ضربی درج ذیل ہیں:

$12 = 2 \times 2 \times 3$ $\qquad$ $18 = 2 \times 3 \times 3$

ان مفرد اجزائے ضربی میں مفرد جزو ضربی 2 سب سے زیادہ دو بار 12 کے لیے آیا ہے۔اسی طرح جزو ضربی 3 سب سے زیادہ دو بار 18 کے لیے آیا ہے۔ دو اعداد کا LCM ان دونوں اعداد میں کسی کے بھی مفرد اجزائے ضربی ہیں۔ سب سے زیادہ مرتبہ ظاہر ہونے والے مفرد اجزائے ضربی کا حاصل ضرب ہوتا ہے۔

اس طرح یہاں پر $\text{LCM} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

مثال نمبر 9: 24اور 90 کا LCM معلوم کیجیے۔

حل: 24اور 90 کے مفرد اجزائے ضربی درج ذیل ہیں:

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ $\qquad$ $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

24 کے مفرد اجزائے ضربی میں 2 سب سے زیادہ 3 مرتبہ آیا ہے۔ اس طرح 90 کے مفرد اجزائے ضربی میں 3 سب سے زیادہ 2 مرتبہ آیا ہے۔ جزو ضربی 5، 90 میں صرف ایک مرتبہ آیا ہے۔

اس طرح $\text{LCM} = (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 360$

مثال نمبر 10: 40، 48اور 45 کا LCM معلوم کیجیے۔

حل: 40، 48اور 45 کے مفرد اجزائے ضربی درج ذیل ہیں:

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$
$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$
$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

48 کے اجزائے ضربی میں 2 سب سے زیادہ 4 مرتبہ آیا ہے۔ 45 کے اجزائے ضربی میں 3 سب سے زیادہ 2 مرتبہ آیا ہے۔ 40 اور 45 دونوں کے مفرد اجزائے ضربی میں 5 صرف 1 مرتبہ آیا ہے۔ ہم اس کو ایک ہی بار لیتے ہیں۔ اس لیے $\text{LCM} = (2\times2\times2\times2) \times (3\times3) \times 5 = 720$

مثال نمبر 11: 20، 25،اور 30 کا LCM معلوم کیجیے۔

حل: ہم اعداد کو ایک قطار میں درج ذیل طریقہ سے لکھیں گے۔

2	20	25	30	(a)
2	10	25	15	(b)
3	5	25	15	(c)
5	5	25	5	(d)
5	1	5	1	(e)
	1	1	1	(f)

© NCERT not to be republished

اس لیے $LCM = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 300$

(a) سب سے چھوٹے مفرد عدد 2 سے تقسیم کیجیے۔ 25 جیسے اعداد 2 سے تقسیم نہیں ہوں گے۔ تو اس کو ایسے ہی اگلی قطار میں اتار لیتے ہیں۔

(b) پھر دو سے تقسیم کیجیے یہ سلسلہ اس وقت تک جاری رہے گا۔ جب تک 2 سے اضعاف باقی نہ بچیں۔

(c) اگلے مفرد عدد یعنی 3 سے تقسیم کیجیے۔

(d) اگلے مفرد عدد یعنی 5 سے تقسیم کیجیے۔

(e) پھر 5 سے تقسیم کیجیے۔

3.10 H.C.F اور L.C.M کے کچھ سوالات
(Some Problems on H.C.F. and L.C.M.)

ہمیں بہت سے ایسے موقعوں کا سامنا اکثر کرنا پڑتا ہے جہاں پر ہم LCM اور HCF کے تصورات کو استعمال کرتے ہیں۔ یہاں اس کی ہم کچھ مثالیں لیتے ہیں۔

مثال نمبر 12: دو ٹینکروں میں بالترتیب 850 لیٹر اور 680 لیٹر پٹرول آتا ہے۔ پیمائش کرنے والے ایسے ہر ایک برتن کی زیادہ سے زیادہ گنجائش معلوم کیجیے جس سے ہر ایک ٹینکر کا پٹرول پورا پورا ناپا جا سکے۔

حل: مطلوبہ برتن کی ناپ ایسی ہو جو دونوں ٹینکروں کا پٹرول پورا پورا ناپ سکے۔ اس لیے اس کی گنجائش دونوں ٹینکروں کی گنجائش کا ٹھیک قاسم ہونا چاہیے۔ اور ساتھ ہی ساتھ اس کو سب سے زیادہ بھی ہونا چاہیے۔ اس لیے اس پیمانہ کی گنجائش 850 اور 680 کا HCF ہونا چاہیے۔

2	680
2	340
2	170
5	85
17	17
	1

2	850
5	425
5	85
17	17
	1

اور

$$850 = 2 \times 5 \times 5 \times 17 \quad = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 5$$
$$680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 17 \quad = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 2 \times 2$$

© NCERT not to be republished

850اور 680 کا HCF،170 ہے۔
اس لیے مطلوبہ برتن کی زیادہ سے زیادہ گنجائش 170 لیٹر ہے۔
اس سے یہ پہلے ٹینکر کو 5 بار اور دوسرے کو 4 بار میں خالی کرسکتا ہے۔

مثال نمبر 13: صبح کے وقت سیر کرنے کے لیے تین شخص ایک ساتھ چلنا شروع کرتے ہیں۔ ان کے قدموں کے فاصلے بالترتیب 80 سم 85 سم اور 90 سم ہیں۔ ان میں سے ہر ایک کم سے کم کتنا فاصلہ طے کرے کہ تینوں اس فاصلے کو پورے پورے قدموں میں طے کرسکیں۔

حل: ہر آدمی کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ برابر ہونا چاہیے کم سے کم بھی ہونا چاہیے۔ یہ مطلوبہ کم سے کم فاصلہ ہر آدمی کے قدموں کی ناپ کا LCM ہونا چاہیے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کیوں؟
اس طرح ہم کو 80، 85اور 90 کا LCM معلوم کرنا ہوگا۔ 80، 85اور 90 کا LCM، 12240 ہے۔

مثال نمبر 14: وہ سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جیسے 12، 16، 24اور 36 سے تقسیم کرنے پر ہر حالت میں 7 باقی رہتا ہے۔

حل: سب سے پہلے ہم 12، 16، 24، اور 36 کا LCM نکالیں گے۔

2	12	16	24	36
2	6	8	12	18
2	3	4	6	9
2	3	2	3	9
3	3	1	3	9
3	1	1	1	3
	1	1	1	1

اس طرح $LCM = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

144 سب سے چھوٹا وہ عدد ہے جس کو جب دیئے ہوئے اعداد سے تقسیم کیا جائے گا تو ہر کیس میں باقی صفر بچے گا۔ لیکن ہم کو ایسا سب سے چھوٹا عدد چاہیے جس میں ہر کیس میں 7 باقی بچے۔
اس لیے مطلوبہ عدد 144 سے 7 زیادہ ہوگا۔ مطلوبہ عدد 7+144 =151 ہوگا۔

© NCERT not to be republished

مشق 3.7

1۔ رینو نے 75 کلوگرام اور 69 کلوگرام کے کھاد کے دو بورے خریدے۔وہ زیادہ سے زیادہ وزن بانٹ بتایئے جس سے ان دونوں بوروں کی کھاد کو پورا پورا ناپا جاسکے۔

2۔ تین لڑکوں نے ایک ہی جگہ سے چلنا شروع کیا۔ ان کے قدموں کا فاصلہ بالترتیب 63 سم،70 سم اور 78 سم ہے۔ ان میں سے ہر ایک کم سے کم کتنا فاصلہ طے کرے کہ تینوں اس فاصلے کو پورے پورے قدموں میں طے کرسکیں ؟

3۔ ایک کمرے کی لمبائی ، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب 825 سم، 675 سم اور 450 سم ہے۔ اس لمبے سے لمبے فیتے کی ناپ بتایئے جو کمرے کی ان تینوں لمبائیوں کو پورا پورا ناپ سکیں۔

4۔ ایک ایسا 3 ہندسی سب سے چھوٹا عدد بتایئے جو 6، 8 اور 12 سے پورا پورا تقسیم ہوجائے۔

5۔ ایک ایسا 3 ہندسی بڑے سے بڑا عدد بتایئے جو 8، 10 اور 12 سے پورا پورا تقسیم ہوجائے۔

6۔ تین مختلف چوراہوں پر ٹریفک لائٹ بالترتیب 40 سیکنڈ، 72 سیکنڈ اور 108 سیکنڈ میں تبدیل ہوتی ہیں۔ اگر وہ صبح 7 بجے ایک ساتھ تبدیل ہوتی ہیں تو اگلی بار کتنے وقت کے بعد ایک ساتھ تبدیل ہوں گی۔

7۔ تین تیل کے ٹینکر میں بالترتیب 403 لیٹر، 434 لیٹر اور 465 لیٹر تیل ہے۔ پیمائش کرنے والے ایسے برتن کی زیادہ سے زیادہ گنجائش معلوم کیجیے جس سے ہر ٹینکر کا پٹرول پورا پورا ناپا جاسکے۔

8۔ وہ سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جسے اگر 6، 15، 18 سے تقسیم کیا جائے تو ہر حالت میں 5 باقی بچے۔

9۔ سب سے چھوٹا 4 ہندسی عدد بتایئے جو 18، 24 اور 32 سے پورا پورا تقسیم ہوجائے۔

10۔ درج ذیل اعداد کا LCM معلوم کیجیے۔

(a) 9 اور 4 (b) 12 اور 5 (c) 6 اور 5 (d) 15 اور 4

حاصل شدہ LCM میں ایک مشترکہ خصوصیت کا مشاہدہ کیجیے کیا ہر کیس میں LCM دونوں اعداد کا حاصل ضرب ہے؟

11۔ درج ذیل اعداد کا LCM معلوم کیجیے جن میں ہر عدد دوسرے عدد کا جزو ضربی ہے۔

(a) 5,20 (b) 6,18 (c) 12,48 (d) 9,45

حاصل ہونے والے جوابات میں آپ نے کیا خاص بات دیکھی؟

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ اجزائے ضربی اور اضعاف کی پہچان کیسے کرسکتے ہیں۔

2۔ ہم نے درج ذیل کی دریافت کی۔

(a) کسی عدد کا جزو ضربی اس عدد کا ٹھیک قاسم ہوتا ہے۔

© NCERT not to be republished

(b) ہر عدد خود اپنا ہی جزو ضربی ہوتا ہے 1 ہر ایک عدد کا جزو ضربی ہوتا ہے۔

(c) کسی دیے گئے عدد کا جزو ضربی یا تو اس عدد سے چھوٹا ہوتا ہے یا برابر ہوتا ہے۔

(d) ہر عدد اپنے ہر جزو ضربی کا ضعف ہوتا ہے۔

(e) ہر عدد کا ضعف اس عدد سے یا تو بڑا ہوتا ہے یا برابر ہوتا ہے۔

(f) ہر ایک عدد خود اپنا ضعف ہوتا ہے۔

3۔ ہم نے سیکھا ہے کہ

(a) وہ اعداد جن کے اجزائے ضربی صرف 1 اور وہ عدد خود ہوتا ہے، مفرد اعداد کہلاتے ہیں۔ وہ اعداد جن کے دو سے زیادہ اجزائے ضربی ہوتے ہیں۔ ان کو مرکب اعداد کہتے ہیں،عدد 1 نہ تو مفرد عدد اور نہ ہی مرکب عدد ہوتا ہے۔

(b) عدد 2 سب سے چھوٹا مفرد اور جفت عدد ہے۔ 2 کے علاوہ باقی سب مفرد اعداد طاق ہیں۔

(c) وہ اعداد جن کا مشترک جزو ضربی صرف 1 ہے وہ باہم مفرد اعداد کہلاتے ہیں۔

(d) اگر ایک عدد دوسرے عدد سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ اس کے ہر جزو ضربی سے بھی تقسیم ہوجائے گا۔

(e) ایک عدد جو دو باہم مفرد اعداد سے تقسیم ہوجاتا ہے وہ ان کے حاصل ضرب سے بھی تقسیم ہوجاتا ہے۔

4۔ ہم نے ایسا پیٹرن (طریقہ) سیکھا ہے کہ جس سے ہم یہ بتا سکیں کہ کوئی عدد 9,8,5,4,3,2 اور 11 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں۔

(a) 5,2 اور 10 سے تقسیم پذیری کو آخری ہندسہ سے نکالا جاسکتا ہے۔

(b) 3 اور 9 سے تقسیم پذیری کو ہندسوں کی حاصل جمع سے جانچ سکتے ہیں۔

(c) 4 اور 8 سے تقسیم پذیری کو۔ آخری 2 اور 3 ہندسوں سے جانچ سکتے ہیں۔

(d) 11 سے تقسیم پذیری کو طاق مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ اور جفت مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ کا فرق معلوم کرکے جانچ سکتے ہیں۔

5۔ اگر دو اعداد ایک ہی عدد سے تقسیم ہوجاتے ہیں تو ان کا جوڑ اور فرق بھی اس عدد سے تقسیم ہوجائیں گے۔

6۔ ہم نے سیکھا ہے کہ

(a) دو یا دو سے زیادہ اعداد کا HCF ان اعداد کے مشترک اجزائے ضربی میں سب سے زیادہ ہوتا ہے۔

(b) دو یا دو سے زیادہ دیے گئے اعداد کا LCM ان اعداد کے مشترک اضعاف میں سب سے چھوٹا ہوتا ہے۔

© NCERT not to be republished